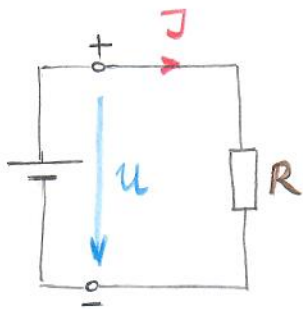


1. Grundbegriffe



Spannung u in V

Die Spannung u ist die Ursache für eine Bewegung von Ladungsträgern.

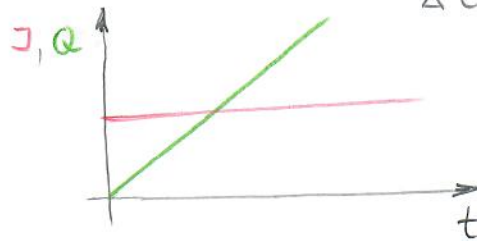
Strom J in A

Die Ladungsmenge ΔQ , die pro Zeiteinheit Δt durch einen Leiterquerschnitt tritt ist die Stromstärke J .

Stromstärke $J = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$

Ladungsmenge Q in As

Zeit t in s



$J = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q}$

Ohmsches Gesetz:

$R = \frac{u}{J}$; Ohmscher Widerstand R in $\Omega = \frac{V}{A}$

$G = \frac{1}{R}$; Leitwert G in $S = \frac{1}{\Omega}$

Spezifischer Widerstand:



$R = \frac{\epsilon \cdot l}{A}$; ϵ : spezifischer Widerstand in $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ ist eine materialabhängige Größe

oder

A : Leiterquerschnitt in mm^2

l : Leiterlänge in m

$R = \frac{l}{\kappa \cdot A}$

κ : Leitfähigkeit in $\frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$

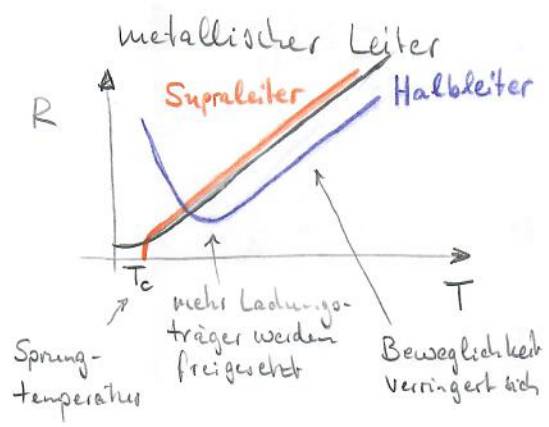
Die Einheit von ϵ kann umgerechnet werden in

$[\epsilon] = 1 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} = 1 \frac{\Omega \cdot (10^{-3} \text{m})^2}{\text{m}} = 1 \frac{\Omega \cdot 10^{-6} \text{m}^2}{\text{m}} = 10^{-6} \Omega \text{m}$;

Tab. Spezifischer Widerstand u. Leitfähigkeit

Leiterwerkstoff	$\xi / \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$	$\gamma_c / \frac{1}{\Omega \cdot \text{m}}$
Silber	0,0163	$61 \cdot 10^6$
Kupfer	0,0173	$58 \cdot 10^6$
Aluminium	0,0263	$38 \cdot 10^6$

Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes von Metallen:



Der spezifische elektrische Widerstand ξ von Metallen und damit auch der ohmsche Widerstand R steigt mit zunehmender Temperatur. Im Temperaturbereich von ca. 200 K bis 400 K läßt sich diese Abhängigkeit bei Metallen in linearer Näherung durch eine Gerade darstellen.

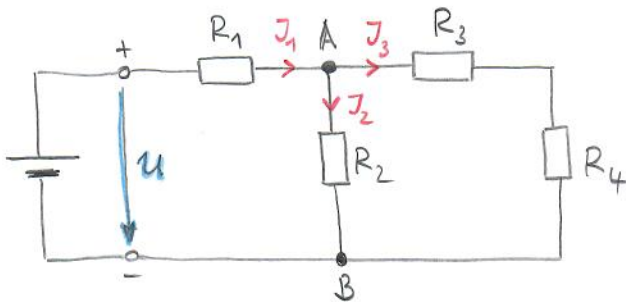
lineare Näherung: $R_T = R_{T_0} [1 + \alpha (T - T_0)]$

- R_T : Widerstand bei der Temperatur T in Ω
- R_{T_0} : Widerstand bei Bezugstemperatur T_0 , als Bezugstemp. wird meistens 20°C angenommen. in Ω
- α : Temperaturkoeffizient in $\frac{1}{\text{K}}$

Tab. Temperaturkoeffizient α_{20}

Leiterwerkstoff	$\alpha_{20} / \text{K}^{-1}$
Silber	$3,7 \cdot 10^{-3}$
Kupfer	$3,9 \cdot 10^{-3}$
Aluminium	$3,7 \cdot 10^{-3}$

Werkstoffe, bei denen der Widerstand mit steigender Temperatur zunimmt, haben einen positiven Temperaturkoeffizienten (PTC) und Werkstoffe, bei denen der Widerstand mit steigender Temperatur abnimmt, haben einen negativen Temperaturkoeffizienten (NTC).

2. Der GleichstromkreisKirchhoffsche Gesetzea) Knotenregel

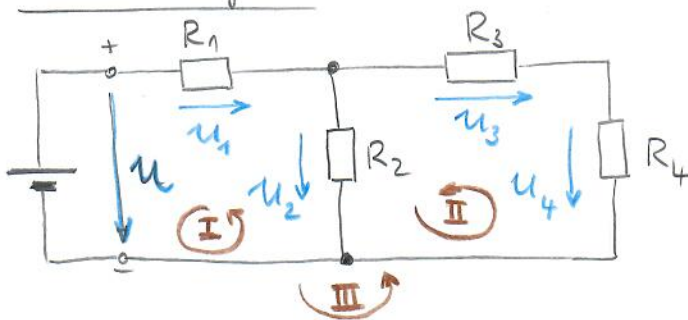
Im Punkt A gilt:

$$J_1 = J_2 + J_3$$

$$J_1 - J_2 - J_3 = 0$$

Im Knotenpunkt muss die Summe der zufließenden gleich der Summe der abfließenden Ströme sein!

Knotenregel: $\sum_{k=1}^n J_k = 0$ (1. Kirchhoffsches Gesetz)

b) Maschenregel

In der dargestellten Schaltung lassen sich die folgenden Maschenregeln aufstellen:

$$\text{I)} \quad U - u_1 - u_2 = 0$$

$$\text{II)} \quad u_2 - u_3 - u_4 = 0$$

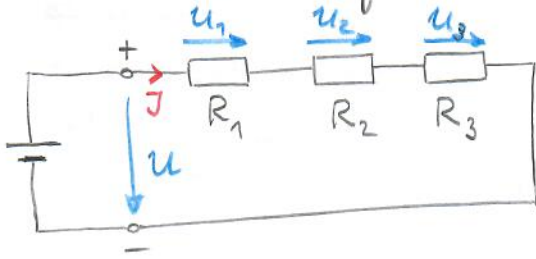
$$\text{III)} \quad U - u_1 - u_3 - u_4 = 0$$

Innerhalb einer Masche gilt immer, unter Berücksichtigung der Vorzeichen, die Maschenregel.

Maschenregel: $\sum_{k=1}^n u_k = 0$ (2. Kirchhoffsches Gesetz)

Schaltung von Widerständen

a) Reihenschaltung

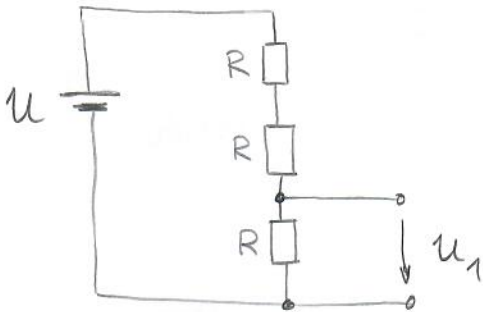


Reihen-Ersatzwiderstand

$$R_{\text{ges}} = \sum_{k=1}^n R_k$$

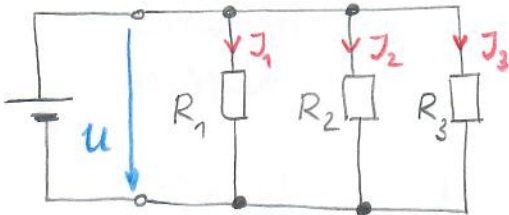
↳ Bsp.: $R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + R_3$

Spannungsteiler:



$$\frac{u_1}{U} = \frac{R}{3 \cdot R}$$

b) Parallelschaltung



Parallel-Ersatzwiderstand

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}$$

Gesamt-Leitwert

$$G_{\text{ges}} = \sum_{k=1}^n G_k$$

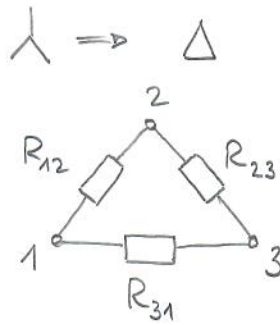
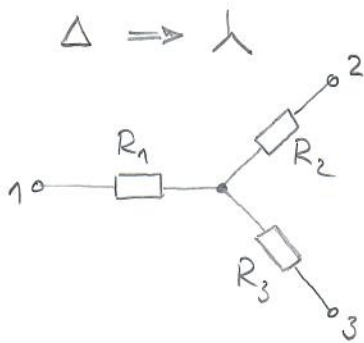
Besteht eine Parallelschaltung aus nur zwei Widerständen

dann gilt:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2} + \frac{R_1}{R_1 \cdot R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \quad \rightarrow \quad R_{\text{ges}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Stern-Dreieck-Umwandlung



$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}$$

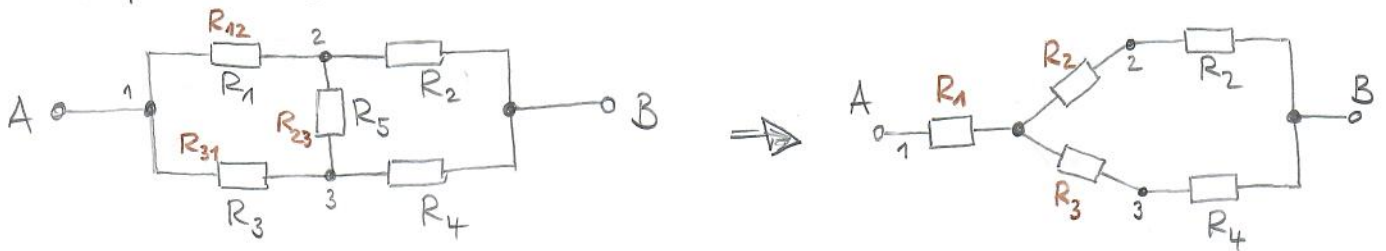
$$R_2 = \frac{R_{23} \cdot R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

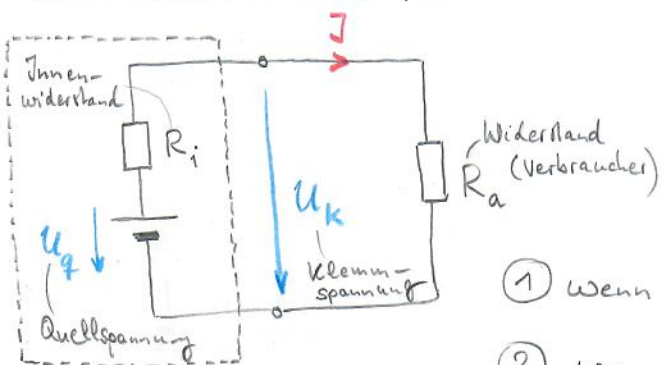
$$R_3 = \frac{R_{31} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 \cdot R_1}{R_2}$$

Bsp.: bei einer Brückenschaltung ist für die Berechnung des Gesamtwiderstandes R_{ges} die Stern-Dreieck-Umwandlung erforderlich



Reale Spannungsquelle



Maschenregel: $U_{R_i} + U_k - U_q = 0$

$$\Rightarrow J \cdot R_i + J \cdot R_a - U_q = 0$$

$$\Rightarrow \text{Klemmspg. } U_k = U_q - J \cdot R_i$$

① wenn $R_a = \infty \Rightarrow J = 0 \Rightarrow U_k = U_q$

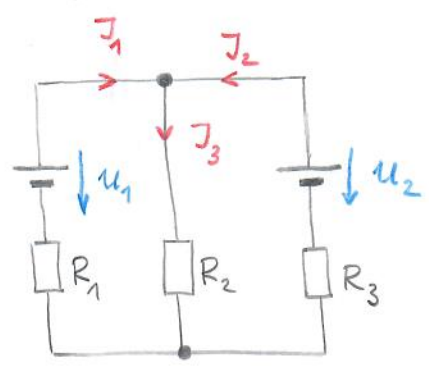
② wenn $R_a = 0 \Rightarrow$ Kurzschlussstrom $J_k = \frac{U_q}{R_i}$

Netzwerkrechnungen - Überlagerungsverfahren

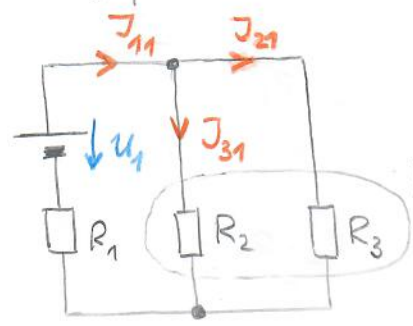
Bsp.:

$$U = U_1 = U_2 = 30V;$$

$$R = R_1 = R_2 = R_3 = 10\Omega;$$



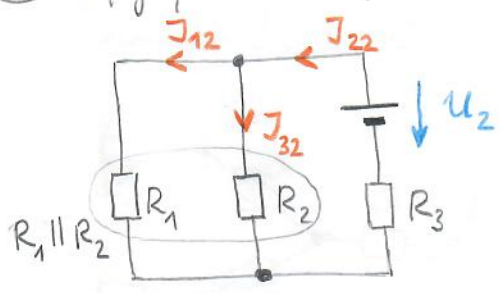
① Spg. quelle U_2 kurzschließen u. J_{11} berechnen



$$R_2 \parallel R_3 = \frac{10\Omega \cdot 10\Omega}{10\Omega + 10\Omega} = 5\Omega$$

$$J_{11} = \frac{U_1}{R_1 + R_2 \parallel R_3} = \frac{30V}{10\Omega + 5\Omega} = \underline{2,0A};$$

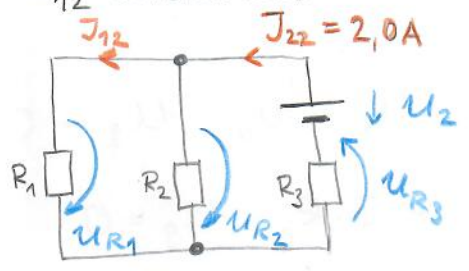
② Spg. quelle U_1 kurzschließen u. J_{22} berechnen



$$R_1 \parallel R_2 = \frac{10\Omega \cdot 10\Omega}{10\Omega + 10\Omega} = 5\Omega$$

$$J_{22} = \frac{U_2}{R_3 + R_1 \parallel R_2} = \frac{30V}{10\Omega + 5\Omega} = 2,0A;$$

③ J_{12} berechnen



$$U_{R_3} = J_{22} \cdot R_3 = 2,0A \cdot 10 \frac{V}{A} = 20V$$

$$U_{R_1} = U_{R_2} = U_2 - U_{R_3} = 30V - 20V = 10V$$

$$J_{12} = \frac{U_{R_1}}{R_1} = \frac{10V}{10 \frac{V}{A}} = 1,0A;$$

$$J_1 = J_{11} + J_{12} = 2,0A - 1,0A = \underline{1,0A};$$

Stromrichtungen!
beachten!

neg. VZ, da J_{12} entgegengesetzte Richtung von J_{11} !

Energie, Leistung, Wirkungsgrad

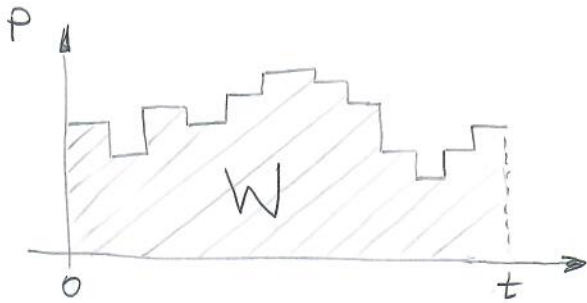
Elektr. Arbeit : $W = U \cdot J \cdot t$

U: Spannung in V
 J: Strom in A
 t: Zeit in s od. h $1Ws = 1VA \cdot s = 1J = 1Nm$

Elektr. Leistung: $P = U \cdot J = \frac{W}{t}$

W: Elektr. Arbeit (Energie) in VAs od. Js
 P: Elektr. Leistung in VA od. W

$1W = 1VA = 1 \frac{J}{s} = 1 \frac{Nm}{s}$



$W = \int_0^t P dt$

$P = U \cdot J$; $U = J \cdot R$ od. $J = \frac{U}{R}$: $\begin{cases} P = J^2 \cdot R \\ P = \frac{U^2}{R} \end{cases}$

Wirkungsgrad : $\eta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}}$ — abgegebene Arbeit / zugeführte Arbeit

$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$ — abgegebene Leistung / zugeführte Leistung

$\eta \leq 1$

Gesamtwirkungsgrad : $\eta_{ges} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots$